Sử dụng phần mềm Maple trong dạy học học phần Đại số tuyến tính cho sinh viên Sư phạm Toán Trường Đại học Hải Dương

1. Đặt vấn đề

Ngày nay CNTT đã được đưa vào các trường học theo hướng là một phương tiện dạy học hiện đại. Nhờ có sự hỗ trợ của CNTT mà hiệu quả của dạy học các môn học đã được nâng cao rất nhiều. Đặc biệt, đối với các trường Đại học thì việc ứng dụng CNTT vào giảng dạy các môn Toán là rất cần thiết.

Hiện nay trường Đại học Hải Dương đã được nối mạng đến tất cả các phòng ban, khu lớp học và ngoài ra chúng ta đã có các phòng học được trang bị tivi, máy chiếu, do đó việc sử dụng CNTT trong dạy học là rất cần thiết, đáp ứng được việc nâng cao chất lượng dạy và học trong trường Đại học Hải Dương

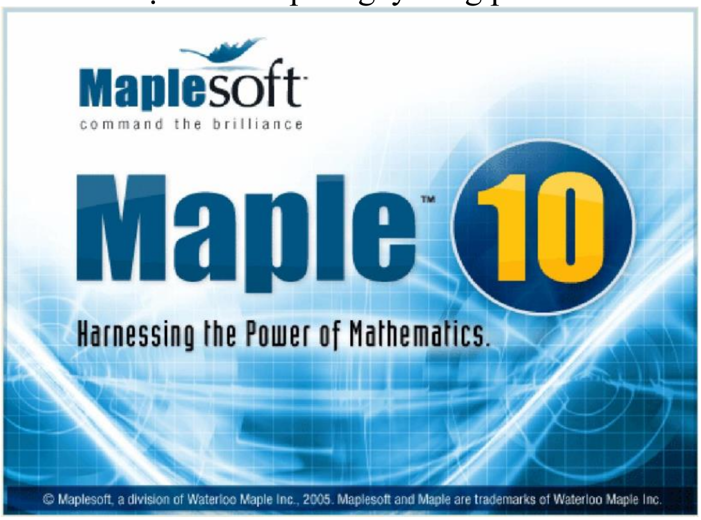
2. Giới thiệu chung về Maple

Maple là một phần mềm toán học thương mại phục vụ cho nhiều mục đích. Nó phát triển lần đầu tiên 1980 bởi nhóm tính toán hình thức tại Đại học Waiterloo ở Waiterloo, Otano, Canada.

Từ năm 1988 nó đã được phát triển và thương mại hoá bởi Waiterloo Maple Inc (còn được biết đến với tên gọi Maple soft) một công ty Canada cũng có trụ sở tại Waiterloo, Ontano – phiên bản hiện tại là Maple 12 được phát hành vào tháng 5 năm 2008.

Nguồn gốc tên gọi tên “Maple” không phải là tên viết tắt hoặc từ cấu tạo bằng chữ đầu, mà chỉ đơn giản là để chỉ hình tượng lá phong (Tiếng anh: Maple) trên quốc kỳ Canada.

Sự phát triển đầu tiên của Maple được tiến hành rất nhanh, với phiên bản hạn chế đầu tiên xuất hiện vào tháng 12 năm 1980. Giao diện của Maple ngày càng phát triển.



3. Một số ứng dụng của Maple liên quan đến Đại số tuyến tính

Gói lệnh hay được sử dụng và liên quan trục tiếp đến đại số tuyến tính đó là gói lệnh **Linalg**. Đây là gói công cụ chuyên ngành của đại số tuyến tính. Để làm việc với đại số tuyến tính, cần nạp gói lệnh Linalg bằng lệnh: **With (Linalg)**

a) Phép cộng hai ma trận

Tính tổng hai ma trận bằng lệnh evalm

Ví dụ. Tính tổng của hai ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}$ và $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

Bước 1: Nhập A

$$> A = \mathrm{array}([[1, -3, 2], [3, -4, 1]]);$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

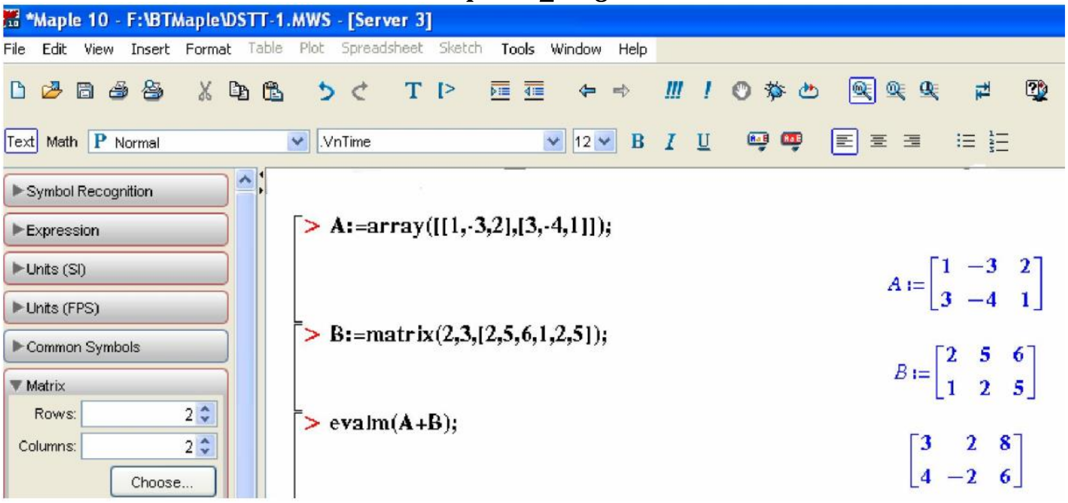
Bước 2: Nhập B

$> B = \mathrm{matrix}\ (2,3, [2,5,6,1,2,5]);$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Bước 3: Tính tổng của A và B bằng lệnh evalm. > evalm(A+B);

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$



b) Phép nhân 2 ma trận

Nhân ma trận bằng lệnh multiply hoặc bằng lệnh evalm

Ví du 1: Nhân $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & -3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ với $B = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 5 & 7 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ bằng lệnh multiply

Bước 1: Nhập A

$$> A := \text{array}([[2,-1,3,4],[3,-2,4,-3],[5,-3,-2,1]]);$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & -3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

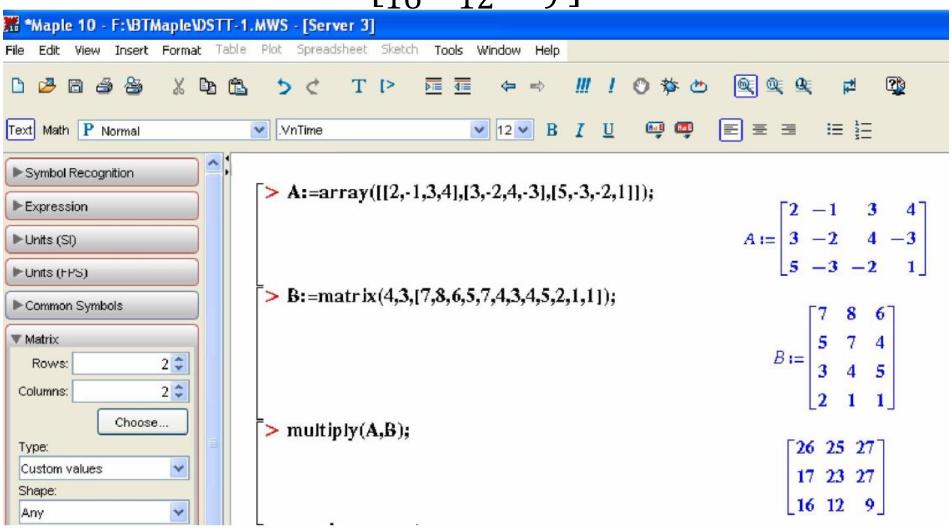
Bước 2: Nhập B

$$> B = \text{ matrix } (4,3,[7,8,6,5,7,4,3,4,5,2,1,1]);$$

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 5 & 7 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

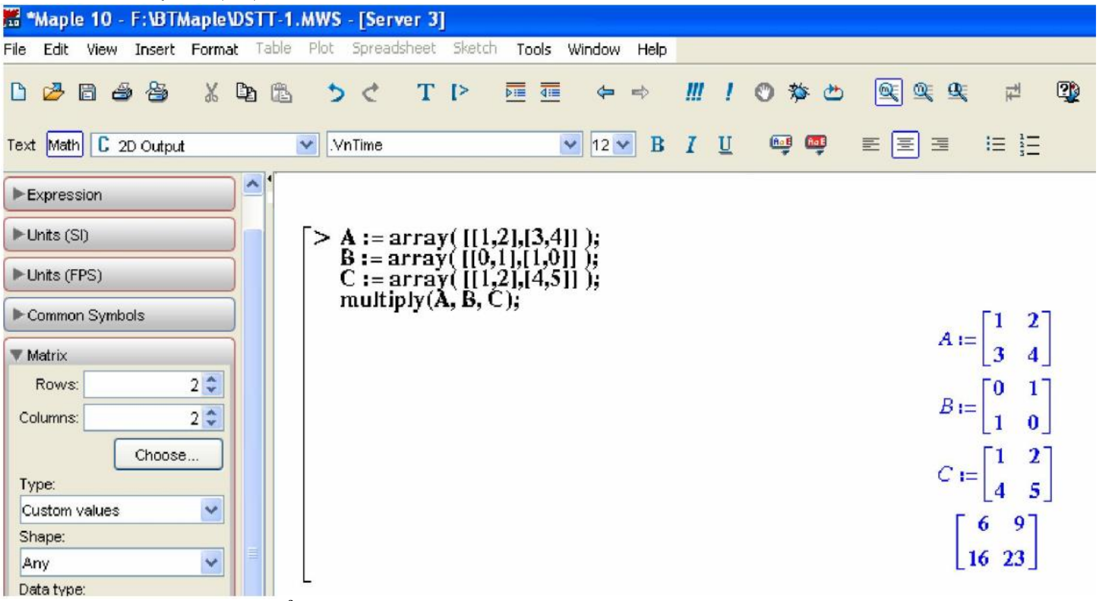
Bước 3: Nhân A với B bằng lệnh multiply > multiply(A,B);

$$\begin{bmatrix} 26 & 25 & 27 \\ 17 & 23 & 27 \\ 16 & 12 & 9 \end{bmatrix}$$



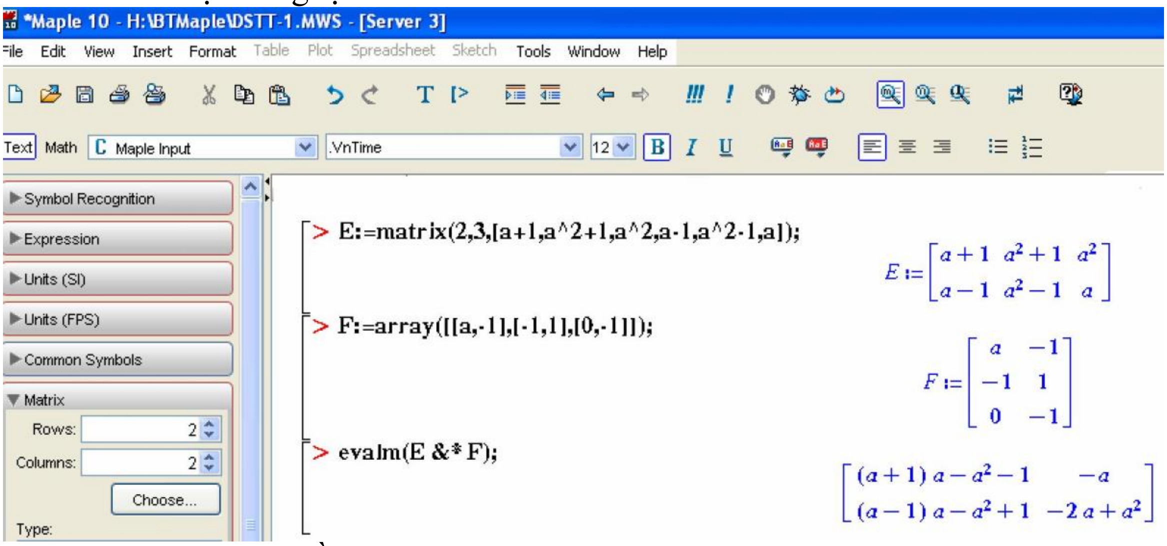
Ta có thể nhân nhiều ma trận trong cùng một lệnh, máy sẽ thực hiện phép nhân từ trái sang phải.

Ví dụ 2: Nhân ba ma trận A,B,C .



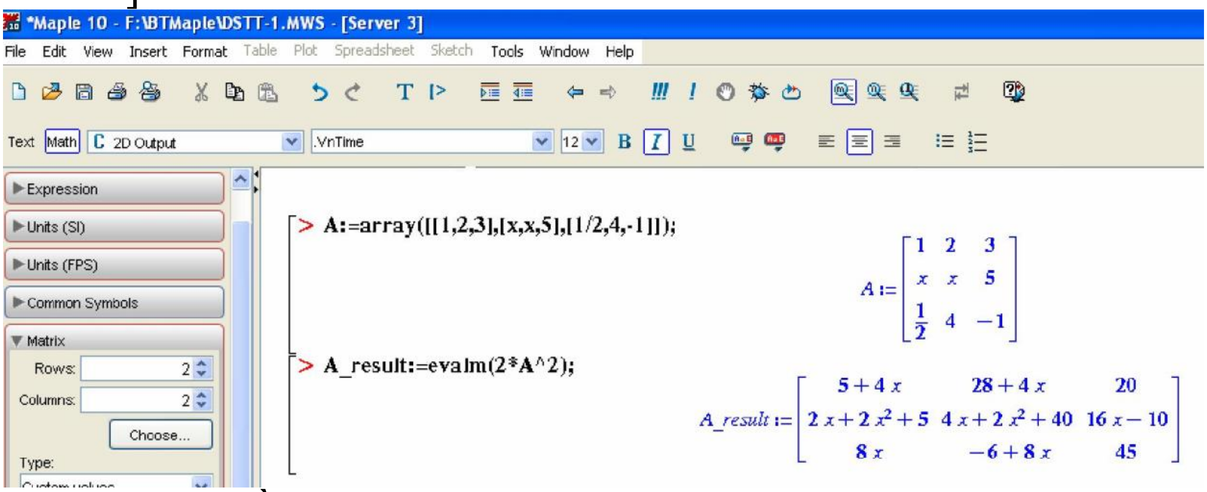
Muốn tính toán nhanh, bạn có thể thực hiện hai phép toán trong cùng một lệnh.

Ví dụ 3: Nhân hai ma trận bằng lệnh **evalm**



Ví dụ 4: Bình phương ma trận bằng lệnh result

Tính $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & x & x \\ \frac{1}{2} & 4 & -1 \end{bmatrix}^2$



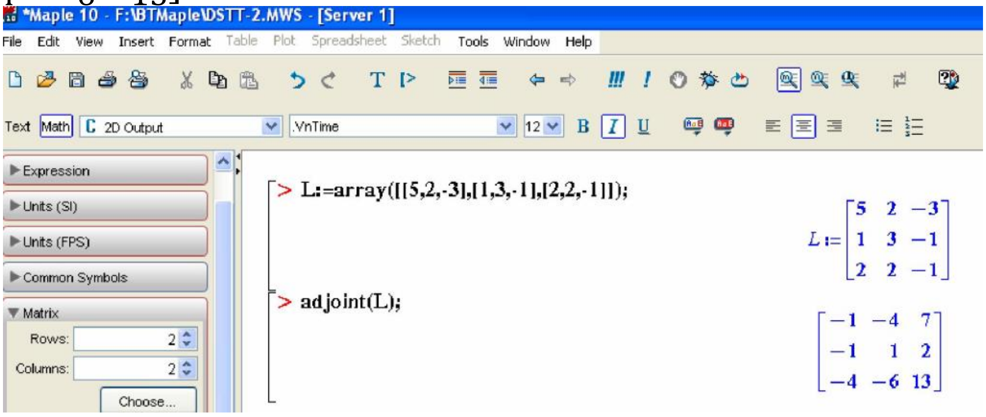
c) Tìm ma trận liên hợp bằng lệnh adjoint

Ví dụ: Tìm ma liên hợp của L $= \begin{bmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

$> \mathrm{L} = \mathrm{array}([[5,2,-3],[1,3,-1],[2,2,-1]]);$

>adjoint(L); $\begin{bmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -1 & -4 & 7 \\ -1 & 1 & 2 \\ -4 & -6 & 13 \end{bmatrix}$



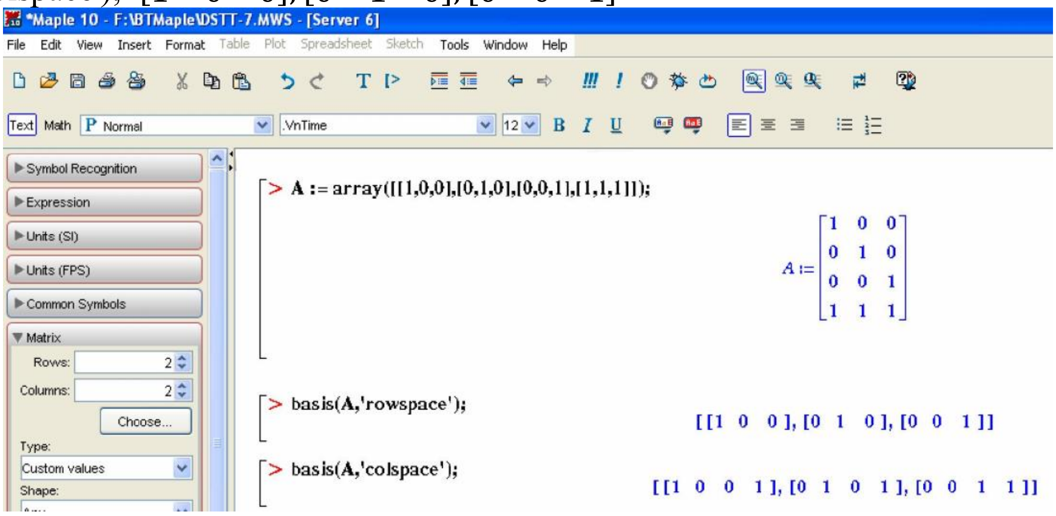
d) Sử dụng Maple tìm cơ sở cho không gian véctơ sinh bởi các dòng (cột) của ma trận

Ví dụ 1: Tìm cơ sở cho không gian véctơ sinh bởi các dòng (cột) của ma trận A $= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

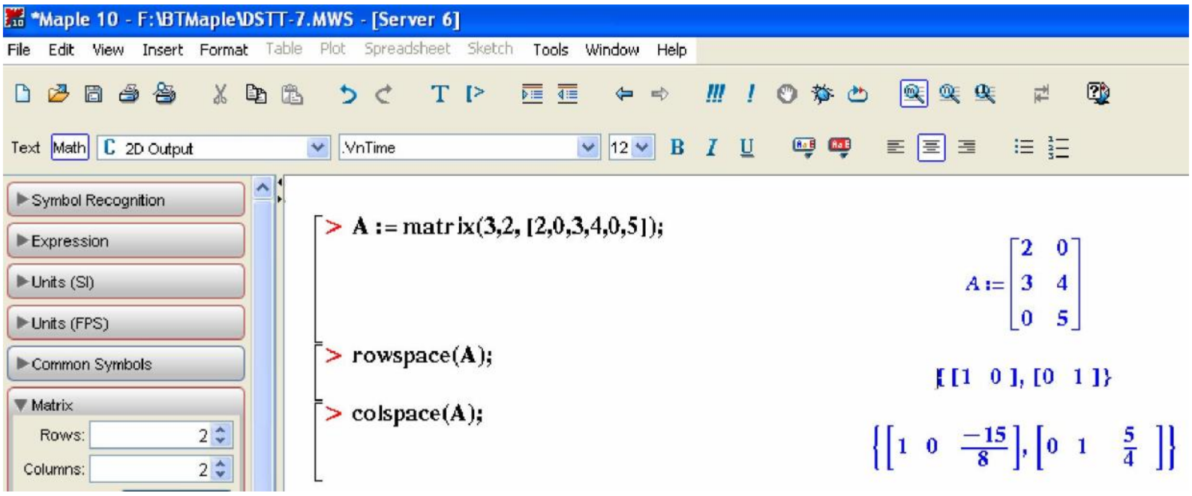
$> \mathrm{A} = \mathrm{array}([[1,0,0],[0,1,0],[0,0,1],[1,1,1]]);$

$> \ \mathrm{A} \ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

> basis(A,'colspace'); $[1 \quad 0 \quad 0], [0 \quad 1 \quad 0], [0 \quad 0 \quad 1]$



Ví dụ 2. Tìm cơ sở cho không gian véctơ sinh bởi các dòng (cột) của $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$



e) Sử dụng Maple tìm véctơ riêng của ma trận

Ví dụ: Tìm véctơ riêng của ma trận $M = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$

Bước 1: Xác định ma trận M bằng lệnh

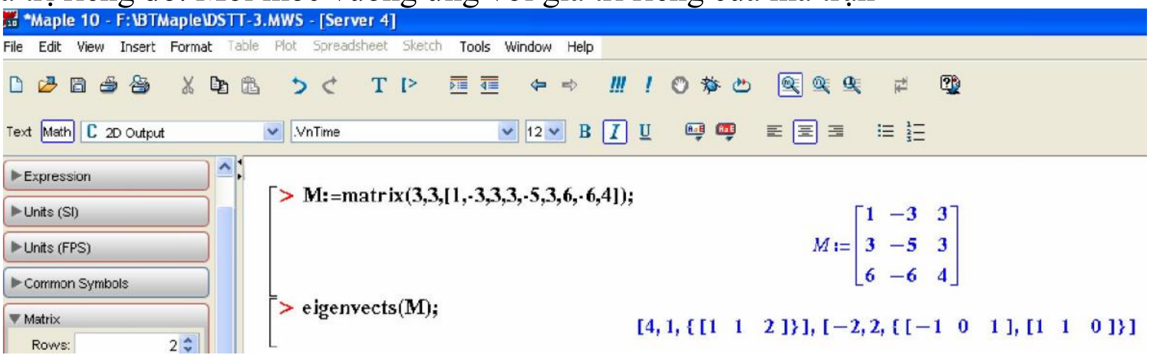
$$> M = \text{ matrix } (3{,}3, [1,-3{,}3{,}3,-5{,}3{,}6,-6{,}4]);\ M = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

Bước 2: Xác định véctơ riêng bằng lệnh

> eigenvects(M);

$$[4{,}1, \{[1 \quad 1 \quad 2]\}], [-2{,}2, \{[-1 \quad 0 \quad 1], [1 \quad 1 \quad 0]\}]$$

Kết quả của lệnh eigenvects được sắp xếp như sau: số đầu tiên trong mỗi móc vuông của dòng là giá trị riêng, số thứ hai là bội đại số của giá trị riêng, và cuối cùng là tập các véctơ cơ sở của không gian riêng ứng với giá trị riêng đó. Mỗi móc vuông ứng với giá trì riêng cúa ma trận



f) Sử dụng Maple giải hệ phương trình

Lệnh Solve({Danhsachphuongtrinh},{Danhsachan})

Để giải một hệ phương trình nêu trong Danhsachphuongtrinh với các ẩn số nêu trong Danhsachan. Danh sách ẩn nhằm yêu cầu giải theo các ẩn nào, vì maple sẽ coi các chữ khác ngoài danh sách ẩn là tham số.

Ví dụ. Cho 3 phương trình tuyến tính:

$$2x + 3y + 4z = 1$$
$$3x - 5y + z = 2$$
$$x + 2y - z = 0$$

đặt tên các phương trình lần lượt là pt1, pt2, pt3:

$$> \mathrm{pt1:= 2*x+3*y+4*z=1; pt2:= 3*x-5*y+z=2; pt3:= x=2*y-z=0}$$

$$\mathrm{Pt1:=2x+3y+4z=1}$$
$$\mathrm{Pt2:=3x-5y+z=2}$$
$$\mathrm{Pt\ 3:=x+2y-z=0}$$

- Giải hệ phương trình gồm 2 phương trình pt1 và pt 2 theo các ẩn x, y, z :

> solve({pt1,pt2}, {x,y.z});

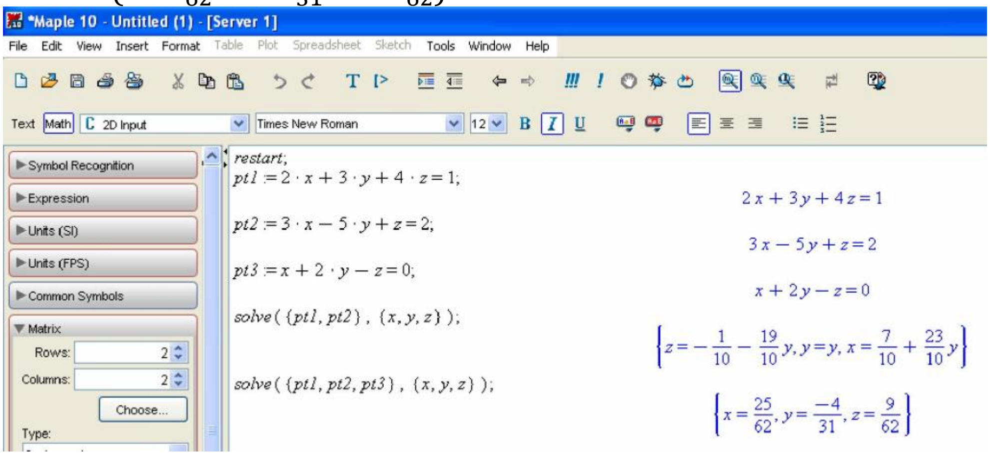
$$\left\{x = \frac{7}{10} + \frac{23}{10}y, y = y, z = -\frac{1}{10} - \frac{19}{10}y\right\}$$

Hệ phương trình có vô số nghiệm, thành phần x và y được tính qua tuỳ ý. Như vậy maple chọn y là ẩn tự do và x, z là ẩn chính.

- Giải hệ phương trình gồm 3 phương trình pt 1 , pt2 và pt3 theo các ẩn x, y, z :

> solve({pt1,pt2,pt3},{x,y.z});

Hệ có nghiệm duy nhất $\left\{z = \frac{9}{62}, y = \frac{-4}{31}, x = \frac{25}{62}\right\}$



4. Kết luận

Việc ứng dụng phần mềm Maple trong dạy học đại số tuyến tính đã chứng tỏ được nhiều ưu điểm vượt trội, góp phần nâng cao chất lượng giảng dạy và học tập. Maple không chỉ giúp giảng viên truyền đạt kiến thức một cách trực quan và hiệu quả hơn, mà còn tạo điều kiện cho sinh viên tiếp cận và thao tác với các khái niệm toán học phức tạp một cách dễ dàng và linh hoạt.

Thông qua các ví dụ minh họa cụ thể, sinh viên có thể hiểu rõ hơn về các phép toán đại số tuyến tính, từ các phép cộng, trừ, nhân ma trận đến việc tìm ma trận nghịch đảo, ma trận liên hợp, và giải các hệ phương trình. Điều này không chỉ giúp sinh viên nắm vững lý thuyết mà còn tăng cường khả năng thực hành và áp dụng vào các bài toán thực tế.

Hơn nữa, việc sử dụng Maple trong giảng dạy còn kích thích sự sáng tạo và tư duy logic của sinh viên, đồng thời tạo ra một môi trường học tập năng động và hứng thú hơn. Với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin, đặc biệt là phần mềm Maple, việc dạy và học toán ở bậc đại học ngày càng trở nên hiệu quả và chất lượng hơn.

Tóm lại, Maple là một công cụ hữu ích và cần thiết trong giảng dạy đại số tuyến tính, giúp nâng cao chất lượng giáo dục và đào tạo sinh viên, chuẩn bị cho họ những kiến thức và kỹ năng cần thiết để phát triển trong tương lai.